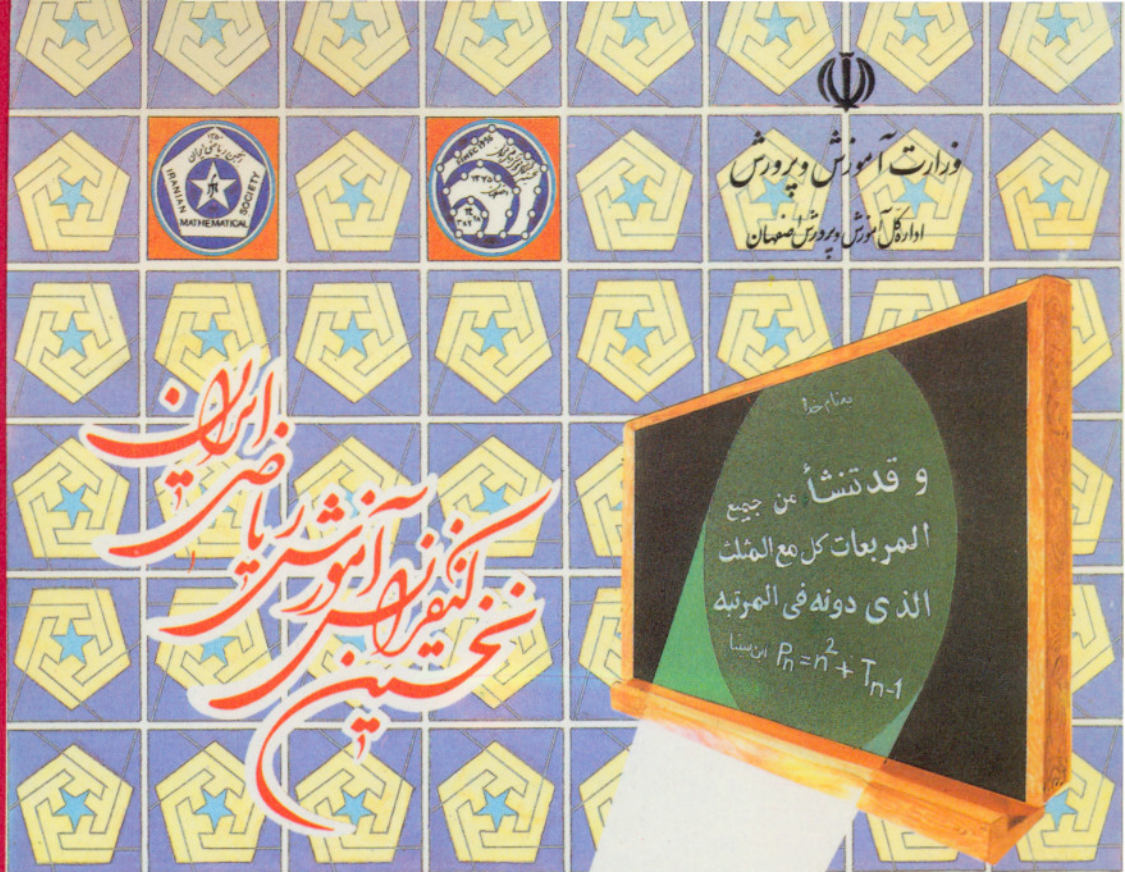


مجموعه مقالات و مباحث



وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش صفهان



نخستین کنفرانس بین‌المللی در ریاضیات



مقامات
و قد تنسأ من جميع
المربعات كل مع المثلث
الذي دونه في المرتبة
برنسا $P_n = n^2 + T_{n-1}$

تا ۸ شهریور ۱۳۷۵
اصفهان ایران



1990

IMEC

27-29 August 1996
ISFAHAN IRAN

WMO
2000

فهرست مطالب

صفحه		
		پیشگفتار
۱	جفری هاوسن	استانداردها در آموزش ریاضی
		رساله در آسان کردن راههای بدست آوردن
		شکلهای هندسی - اثر سجزی، متنی از قرن
		قرن چهارم هجری در شیوههای حل مسایل
۹	یان. پ. هوخندایک	هندسی
		سازمانهای حرفه‌ای آموزشگران ریاضی:
۱۹	توماس ل. شرودر	چه خدماتی می‌توانند انجام دهند؟
۲۷	علیمحمد کاردان	نگاهی نو به آموزش علوم، اهداف و اصول
۳۵	سیندراهمیم ابطیحی	هندسهٔ لوگوی
۴۱	اسماعیل بابلیان	جلوه‌هایی از زیباییهای ریاضی
۵۱	محمد باقری	نگاهی به تاریخ ریاضیات در ایران
۶۱	جواد بهبودیان	ماتریسهای مثلث خیام - پاسکال
۷۱	احمد بیرشک	نگاهی به عمق علم ایرانی
۸۹	محمود تلگینی	بررسی روشهای تدریس ریاضی در مدارس
		آیا برنامه‌ها و کتابهای ریاضی دورهٔ راهنمایی
		موفق بوده است؟
۹۸	میرزا جلیلی	
۱۰۷	احمد حقانی	نظریه نمایش فیبوناچی و بازی <i>NIM</i>
۱۱۷	مهرناز شهرآرای	اضطراب ریاضی در عصر صافی ریاضی
		بررسی عملکرد دوسی دانش‌آموزان سال دوم
		و سوم راهنمایی در درس ریاضی
۱۳۹	علیرضا کیامنش	آموزش ریاضی چیست؟
۱۵۳	زهرا گویا	مقالات انگلیسی
۱۶۳		

رساله در آسان کردن راههای به دست آوردن شکل‌های هندسی اثر سجزی، متنی از قرن چهارم هجری در شیوه‌های حل مسائل هندسی^۱

یان. پ. هوخندایک^۲
دانشگاه اوترخت، هلند

۱. مقدمه

نوشتار حاضر شرح اثری از سجزی است به نام رساله در آسان کردن راههای به دست آوردن شکل‌های هندسی^۳. ویرایش بدون نقد متن عربی آن را سعیدان در سال ۱۹۸۳ میلادی به صورت پیوست ۳، در مجموعه‌ای که از آثار ابراهیم بن سنان (۲۹۶-۳۳۵ ه. ق.) منتشر کرده آورده است^۴، ولی این متن تاکنون ویرایش همراه با نقد نشده و به هیچ زبان دیگری برگردانده نشده است. از این متن ظاهراً تنها یک نسخه خطی عربی موجود است که در کتابخانه خصوصی نبی خان در لاهور (پاکستان) نگهداری می‌شود.

^۱ مترجم آقای محمد باقری - بنیاد دایرة المعارف اسلامی

^۲ به یاد ا. س. سعیدان

^۳ کتاب فی تسهیل السبل لاستخراج الاشکال الهندسیه.

^۴ ا. س. سعیدان، رسائل ابن سنان، کویت، ۱۹۸۳. رساله ابن سنان درباره ساعت‌های آفتابی در این

مجموعه نیامده است.

تا آنجا که اطلاع داریم، این متن تنها رسالهٔ هندسه دانی از دورهٔ اسلامی در شیوه‌های حل مسئله به طور کلی است. رساله‌هایی از دیگر ریاضیدانان دورهٔ اسلامی، مثل ابراهیم بن سنان، دربارهٔ روش تحلیل یونانیان باستان وجود دارد. ولی سجزی به مراتب مطالب بیشتری عرضه می‌کند. بنابراین، رسالهٔ سجزی شباهتهایی دارد با کتاب معروف چگونه مسئله را حل کنیم جورج پولیا، هر چند که این دو اثر در زمانهای مختلف، برای مخاطبهای مختلف و با سبکهای ریاضی مختلف نگاشته شده است. در بخش ۲ از نوشتار حاضر، اطلاعات تازه‌ای دربارهٔ سجزی و زمان تقریبی رساله در آسان کردن راههای به دست آوردن شکل‌های هندسی آورده شده است. در بخش ۳، دربارهٔ جمع‌بندی خود سجزی از این متن بحث کرده‌ام و به مقایسهٔ این متن با کتاب پولیا پرداخته‌ام.

۲. مؤلف

ابوسعید احمد بن محمد بن عبدالجلیل سجزی یکی از پرکارترین هندسه دانان قرن چهارم هجری بود. از زندگی او اطلاعات اندکی در دست است.^۵ اولین تاریخ ذکر شده از زندگی سجزی، ربیع الآخر ۳۵۲ هجری است، که او نسخه‌ای از ترجمهٔ عربی مقدمه بر مکانیک پاپوس اسکندرانی^۶ را رونویسی کرده است. سجزی در آغاز محرم سال ۳۸۹ هجری هنوز فعال بود و در این سال اثری به نام رساله فی الشكل القطاع را نوشته است.

نام سجزی حاکی از انتساب وی به سجستان یا همان سیستان امروزی در جنوب شرقی ایران است. شواهدی در دست است که سجزی بخشی از عمر خود را در این ناحیه گذراند. بیرونی در آثار الباقیه نام ماههای تقویم سیستان را که سجزی به او گفته بود نقل کرده است.^۷ سجزی در رسالهٔ المدخل فی علم الهندسه می‌گوید: "در سیستان ابزار عظیم و مهمی ساختم؛ مدلی از کل عالم، متشکل از افلاک، جرمهای آسمانی، مدارهای حرکت آنها و اندازه‌هایشان، مقدار فاصله‌ها و حجمهای آنها، و شکل زمین، جایها، شهرها، کوهها، دریاها و بیابانها، درون کره‌ای توخالی و مشبک، آن را هئیت کل، نامیده‌ام."^۸ سجزی در رصدهای نجومی که

^۵ بخش اعظم اطلاعات موجود به وسیلهٔ سزگین و قربانی خلاصه شده است. نگاه کنید به: ابوالقاسم قربانی، زندگینامهٔ ریاضیدانان دورهٔ اسلامی، تهران، ۱۳۶۵، ص ۲۵۱-۲۶۰؛ ابوالقاسم قربانی، ریاضیدانان ایرانی، تهران، ۱۳۵۰، ص ۲۵۰-۲۶۸؛ و

F. Sezgin, *Geschichte de Arabischen Schrifttums*, Leiden, Brill, Band V (1974). 329-334, Band VI (1978), 224-226 and Band VII (1979), 409-410.

^۶ نگاه کنید به:

D.E.P. Jackson, *The Arabic transtation of a Greek manual of mechanics*, *The Islamic Quarterly*, 16 (?) 96-103, esp. p.97.

^۷ ابوریحان بیرونی، آثار الباقیه، ترجمهٔ اکبر داناسرشت، تهران، چاپ سوم ۱۳۶۳، ص ۶۹.

^۸ واتنی عملت آلة جلیله خطیره بسجستان نحکی العالم باسره من الافلاک و الاشخاص العالیه و

در انقلابهای زمستانی ۳۵۹ و ۳۶۰ هجری در شیراز انجام شد حضور داشته است. نسخه خطی موجود در کتابخانه ملی پاریس، مجموعه دستنوشته‌های عربی، شماره ۲۴۵۷ از این لحاظ قابل توجه است زیرا بسیاری از تاریخنگاران^{۱۰} برآنند که این نسخه به دست سجزی در دوره فوق نوشته شده است. نسخه مذکور شامل حدود پنجاه رساله ریاضی و نجومی از مؤلفان مختلف از جمله خود سجزی است و طبق آنچه در خاتمه نسخه آمده، بین سالهای ۳۵۸ تا ۳۶۱ هجری به وسیله "احمد بن محمد بن عبدالجلیل" یعنی خود سجزی نوشته شده است. اما برخی پژوهشگران^{۱۱} معتقدند که نسخه پاریس در قرن هفتم هجری از روی نسخه‌ای به خط سجزی رونویسی شده است. بنا به دو دلیلی که در اینجا ذکر می‌کنم، به نظر من نسخه پاریس نمی‌تواند به خط خود سجزی باشد. اولاً، غلطهای زیادی در متن و در شکلها وجود دارد به طوری که نمی‌توان پذیرفت این نسخه را یک ریاضیدان در سطحی که سجزی بین سالهای ۳۵۸ تا ۳۶۱ به آن رسیده بود نوشته باشد. ثانیاً، این نسخه شامل رساله‌ای است با عنوان "کتاب احمد بن محمد بن عبدالجلیل در اندازه‌گیری کره‌ها با کره‌ها"^{۱۱}، که در پایان آن چنین آمده است: "این پایان چیزی است که او (تاکید از من است) از این کتاب نوشته است"^{۱۲}.

سجزی در سال ۳۴۰ یزدگردی (۳۶۰ هجری) رساله‌ای درباره گنبد‌های سهموی و هذلولوی^{۱۳} خطاب به پدرش ابوالحسین محمد بن عبدالجلیل نوشته است^{۱۴} سجزی همچنین در اثری به نام درباره مسائل برگزیده‌ای که مورد بحث او و هندسه دانانی از شیراز و خراسان قرار گرفت

مناورات حرکاتها بمقادیرها و کمیت ابعادها و اجرامها و صورة الارض و البقاع و البلدان و الجبال و البحار و الرمال فی جوف کره مشبکه و سمیتها هنیة الكل. "نسخه چستروسی ۳۵۶۲، برگ ۱۷ پ.
جدیدترین مورد آن مقاله زیر است:

P.Kunitzsch, R.Lorch, Anote on codex Paris BN ar. 2457, Zeitschrift fur Geschichte der arabisch-islamischen Wissenschaften 8 (1994), 235-240.

^{۱۰} مثلاً ف. سزگین در GAS (منبع مذکور در پانویس ۳)، جلد ۶، ص ۱۹۲.

^{۱۱} (برگ ۱۹۵ ر) کتاب احمد بن محمد بن عبدالجلیل فی مساحة الاکر بالاکر.

^{۱۲} (برگ ۱۹۸ ر) هلا آخر ما عمله من هلا الکتاب.

^{۱۳} رساله فی خواص القبة الزائده و المکانیه.

^{۱۴} این رساله در جلد پنجم GAS، ص ۳۳۱، شماره‌های ۳ و ۵ ذکر شده است و دو نسخه از آن موجود است: کتابخانه ملی پاریس، نسخه ۲۴۵۷، برگ ۱۳۷ پ. - ۱۳۹ ر، و استانبول، رشید ۱۱۹۱، برگ ۶۶ ر. - ۶۸ پ. این عنوان همچنین در فهرست آثار ریاضی سجزی در نسخه خطی دوبلین، چستر بین ۳۶۵۲، برگ ۲ ر آمده است.

بنابر آنچه در نسخه‌های خطی دوبلین و استانبول آمده، ابوحسین پدر سجزی بوده است. به نوشته نسخه استانبول (برگ ۶۸ پ: سطر ۱۵) سجزی این متن را در سال ۳۴۰ یزدگردی تمام کرده است. طبق آنچه در خاتمه نسخه کتابخانه ملی پاریس ۲۴۵۷ آمده است، این نسخه در روز دوشنبه رام روز از ماه بهمن ۳۴۰ یزدگردی تمام شده است.

و تعلیقات او^{۱۵}، از راه حل‌هایی که پدرش برای مسئله‌هایی مربوط به تقسیم مثلثها و متوازی الاضلاعها عرضه کرده صحبت می‌کند. پس سجزی باید در هندسه کاربردی فعال بوده باشد. از سجزی حدود ۴۰ رساله هندسی موجود و شناخته شده است. سجزی در آثاری که از وی بر جا مانده، دست کم به ۲۰ رساله دیگر اشاره می‌کند که تألیف کرده ولی به دست ما نرسیده است. حدود ۲۰ رساله از سجزی در نجوم و احکام نجوم موجود است. تنها بخش اندکی از آثار سجزی تاکنون انتشار یافته است.

تاریخ تقریبی تدوین رساله در آسان کردن راه‌های به دست آوردن شکل‌های هندسی را بر اساس آنچه در پی می‌آید می‌توان تعیین کرد. سجزی از این اثر در رساله‌ای دربارهٔ هذلولی و مجانبها نام می‌برد (نگاه کنید به نقل قول ۳ در پیوست). این رساله در سال ۳۴۹ یزدگردی^{۱۶} (۳۶۹ هجری) نوشته شده است. کمتر از دو سال قبل از آن، در ذی الحجه ۳۶۸ هجری، سجزی المدخل فی علم الهندسه را (که هنوز انتشار نیافته) به پایان رسانده است^{۱۷}. در این اثر، سجزی بسیاری قضایا را که به طور مشروح در رساله در آسان کردن راه‌های به دست آوردن شکل‌های هندسی آورده ذکر می‌کند، اما از خود رساله نامی نمی‌برد، هر چند که بسیاری آثار دیگر خود را ذکر می‌کند. پس احتمالاً رساله در آسان کردن راه‌های به دست آوردن شکل‌های هندسی را اندکی بعد از المدخل فی علم الهندسه نوشته است. پس تاریخ تألیف رساله در آسان کردن راه‌های به دست آوردن شکل‌های هندسی را می‌توان حدود ۳۷۰ هجری دانست. بر این اساس، رساله مذکور ثمرهٔ حداقل پانزده سال تجربهٔ شخصی سجزی در حل مسئله‌های هندسی است.

۳. جمع‌بندی متن از زبان خود سجزی

در خلاصه‌ای که در پی می‌آید، عددهای داخل کروشه (مثال [۲]) ارجاع به بندهایی است که ترجمهٔ رساله را به آنها تقسیم‌بندی کرده‌ام [این ترجمه انگلیسی قرار است به طور جداگانه همراه با متن عربی و ترجمهٔ فارسی منتشر شود].

هدف رساله در آسان کردن راه‌های به دست آوردن شکل‌های هندسی به گفتهٔ خود سجزی

^{۱۵} کتاب احمد بن محمد بن عبد الجبل فی المسائل المختارة التي جرت بينه وبين مهندسی شیراز و خراسان و تعلیقاته. در نسخهٔ دویلین، چستریتی ۳۶۵۲، راه حل‌های پدر سجزی از برگ ۴۳ ر- سطر ۲ و ۳، برگ ۵۰ ر- سطر ۹ و ۱۰ و برگ ۵۰ ر- سطر ۲۷ شروع می‌شود.

^{۱۶} نسخهٔ دویلین، چستریتی ۳۶۵۲، برگ ۶۱ ر، آخرین برگ رسالهٔ او دربارهٔ هذلولی و مجانبهاست. (بقیهٔ رساله در نسخهٔ دویلین وجود ندارد ولی در نسخه‌های بدون تاریخ دیگر یافت می‌شود.) در پایان این دست‌نوشته آمده است: "عملت فی سنة شمط یزد جردیه" (در سال ۳۶۹ یزدگردی این را تهیه کردم).

^{۱۷} المدخل فی علم الهندسه، نگاه کنید به GAS، جلد پنجم، ص ۳۳۳، شماره ۲۰. در نسخهٔ دویلین، چستریتی ۳۶۵۲، کتاب در پایان متن (برگ ۱۷ پ) می‌گوید:

وقد علقته من خط المصنف و قد فرغ من تصنیفه و کتابه فی ذی الحجه سنة ثمان و ستین و ثلاثمات (این را از نوشتهٔ مؤلف رونویسی کردم و رونویسی اثر در ذی الحجهٔ سال ۳۶۸ به پایان رسید).

چنین است [۱]:

برشردن قوانینی که ... به دست آوردن ترسیمهای هندسی مورد نظر پژوهشگر را بر وی آسان می‌کند. سجزی رساله خود را به یک مقدمه با توضیحی کلی درباره قانونهای خود در [۱] - [۲] و سپس مثالهایی در [۲۲] - [۵۰] تقسیم کرده است. در [۲۰] وی برای جمع‌بندی بحث، هفت شیوه برای کشف در این فن، بر می‌شمارد. اکنون این شیوه‌ها را از زبان خود سجزی همراه با اظهار نظرهایی از خودم و نقل قولهایی از کتاب معروف چگونه مسئله را حل کنیم^{۱۸} پولیا می‌آورم.

۱. مهارت و تیز هوشی، و توجه به شرایطی که نظم مناسب (مسئله) ایجاب می‌کند. جنبه دوم مرتبط است با مرحله نخست در طرح پولیا برای حل مسئله‌ها (مقدمه، ص بیست و چهار):

"اول باید مسئله را بفهمید. مجهول چیست؟ داده‌ها کدام است؟ شرط چیست؟ آیا تحقق یا فن شرط مسئله امکان پذیر است؟ آیا شرط مسئله برای تعیین مجهول کفایت می‌کند؟ یا این که کافی نیست؟ شرط اضافی چطور؟ یا متناقض است؟"

۲. تسلط عمیق بر قضایا و مقدمات (مرتبط با شکل).

مقایسه کنید با گفته پولیا در ص ۱۰، "اگر از موضوع مورد نظر شناخت کمی داشته باشیم، دریافت درون مایه آن دشوار است، و در صورتی که هیچ شناختی نداشته باشیم، اصلاً درک درون مایه آن امکان پذیر نیست. دریافت درست بر شالوده تجربه گذشته و شناختی که از پیش به دست آمده بنا شده است."

۳. ... بلکه همراه با آنها (شماره ۲) از هوش و گمان و شگردها نیز بهره گیرد. عامل اصلی در این فن، استفاده از شگردهاست و نه فقط ذهن (خود) بلکه همچنین اندیشه (ریاضیدانان) با تجربه و افراد ماهر و آشنایان به شگردها.

مقایسه کنید با گفته پولیا در ص ۶: "حل کردن مسائل، مثل شناگری، یک مهارت تمرینی و عملی است. هر مهارت عملی را از راه تقلید و تمرین به دست می‌آوریم. برای آموختن فن شنا، از کاری که دیگران با دست و پای خود انجام می‌دهند تا سر خود را در هنگام شنا بیرون از آب نگاه دارند، تقلید می‌کنید، و سرانجام با تمرین کافی شنا کردن را فرا می‌گیرید. برای حل مسائل، باید آنچه را که دیگران می‌کنند رعایت کنید، و سرانجام با حل مسائل

^{۱۸} این کتاب را استاد احمد آرام به فارسی ترجمه کرده است (انتشارات کیهان، تهران، ۱۳۶۶). در نقل قولها و اشاره به شماره صفحات از این ترجمه استفاده شده است.

می‌آموزید که چگونه آنها را حل کنید."

۴. آگاهی از وجوه مشترک شکلها، تفاوتها و ویژگیهای خاص آنها. در این نحوه برداشت، ویژگیهای خاص مشابهتها و تضادها بدون احتساب قضا یا مقدمات (فی نفسه در نظر گرفته می‌شوند).

ظاهراً دو نگرش در اینجا مطرح شده است. سجزی در [۷] می‌افزاید که، بعضی شکلها در یک یا چند ویژگی خاص اشتراک دارند و بعضی دیگر هیچ وجه مشترکی ندارند و برخی بسته به شکل، تناسب و جنس آنها وجه اشتراک دور یا نزدیک با هم دارند. واژه جنس در اینجا این احتمال را پیش می‌کشد که سجزی به شیوه ارسطو در صدد دسته‌بندی فلسفی شکلها به جنس‌هایی بود که هر یک به گونه‌هایی تقسیم می‌شوند. شاید سجزی معتقد بود که اگر دو شکل (یعنی دو مسئله یا دو قضیه) با هم ارتباط فلسفی داشته باشند، ترسیم یا براهین آنها هم با هم مرتبطند.

از دیدگاه سجزی، یکی از ویژگیهای ذاتی هر مسئله آسانی یا دشواری آن است. وی در [۲۲] اشاره به شکلی می‌کند که به دست آوردن آن دشوار است. وی می‌افزاید: این حدس همان است که قبلاً (یعنی در [۲۰]) آن را معلوم کردن میزان آسانی و دشواری آنها خواندم: اگر در شکلی تعداد مجهولها زیاد باشد، یافتن آنها به کمک معلومات دشوار است. پس از جنبه فلسفی، مسئله‌ها را می‌توان چنین تقسیم کرد: مسئله‌های آسان، مسئله‌های دشوار که به مقدمات زیادی نیاز دارند، و حتی مسئله‌هایی که بداته و بالطبع امکان پذیرند، ولی ما به آنها واقف نیستیم و یا به دست آوردن آنها به علت نبود مقدمات ناممکن است، مثل تربیع دایره [۱۴].

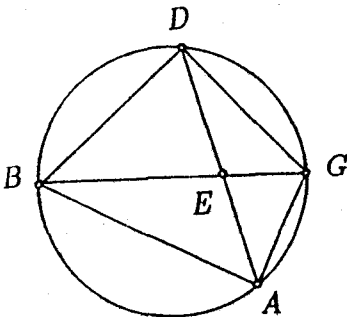
پولیا هم درباره دشواری مسئله صحبت می‌کند ولی موضوع را به فلسفه ربط نمی‌دهد: "تا چه اندازه دشوار است؟ ... برای پاسخ گفتن به این پرسش، باید بیشتر به "غریزه" و "احساس" متوسل شد تا به استدلال روشن گاهی هم می‌توانیم میزان دشواری مسئله‌ای را دقیقاً روشن کنیم."^{۱۹}

۵. نقل. منظور سجزی از نقل، نوع خاصی از تبدیل مسئله‌ای به یک مسئله جدید است چنان است که یک یا چند داده از مسئله اصلی در مسئله جدید مجهول به شمار آیند و یک یا چند مجهول از مسئله اصلی در مسئله جدید معلوم فرض شوند. این روش خاص را پولیا ذکر نکرده است.

سجزی مثالی از نقل را در [۲۲] - [۲۴] آورده است. در اینجا مثالی از رساله المناظر ابن

^{۱۹} ج. پولیا، علاقت ریاضی، ترجمه پرویز شهریاری، انتشارات فاطمی، تهران، ۱۳۶۶، ص ۴۹۹.

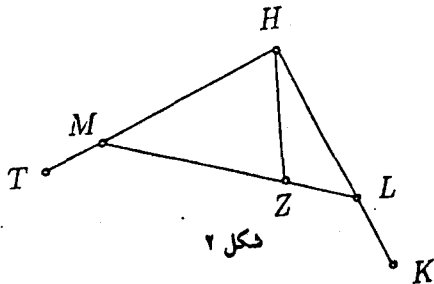
هیشم (فضیة ۳۴ مقاله پنجم) می‌آوریم^{۲۰}. در اینجا مسئله اصلی و نقل این مسئله را به مسئله جدید بیان می‌کنم ولی حل مسئله جدید را که با مقاطع مخروطی انجام می‌شود، ذکر نمی‌کنم. مسئله اصلی بدین قرار است. فرض کنید BG و c دو پاره خط راست مفروضند و A نقطه مفروضی است واقع بر دایره‌ای که BG قطر آن است (شکل ۱، مسئله اصلی). می‌خواهیم خط راست AED را از A چنان رسم کنیم که قطر مذکور را در E و دایره را در D قطع کند چنان که $|DE| = c$.



شکل ۱

ابتدا به نکات زیر توجه می‌کنیم. اگر فرض کنیم $\angle BGA = \beta$ و $\angle BGA = \gamma$ زاویه‌های β و γ معلومند. بر اساس خاصیتی از دایره، داریم $\angle EDB = \gamma$ و $\angle EDG = \beta$.

اکنون مسئله جدید را چنین مطرح می‌کنیم: پاره خط $HZ = c$ را بکشید و دو خط HT و HK را چنان رسم کنید که طبق شکل II داشته باشیم $\angle ZHT = \gamma$ و $\angle ZHK = \beta$. می‌خواهیم پاره خط MZL را از نقطه Z چنان رسم کنیم که نقطه M روی HT و نقطه L روی HK باشد و $|ML| = |BG|$.



شکل ۲

دو شکل مربوط به مسئله اصلی و مسئله جدید یک هستند و نقطه‌های Z ، H ، M

^{۲۰} پروفیسور صبرا ترجمه انگلیسی این اثر را در منبع زیر منتشر کرده و این مسئله بخصوص را "لم دوم"

نامیده است:

L در مسئله جدید متناظر با نقطه‌های B ، D ، E و G در مسئله اصلی. در مسئله اصلی، محل BG معلوم است و محل DE خواسته شده است. در مسئله جدید، محل IZ ، متناظر با DE ، مفروض است و محل ML ، متناظر با BG خواسته شده است. پس جای مجهول با یکی از معلومات مسئله عوض شده است.

در این مثال شکل اصلی و شکل جدید با یکدیگر مساویند. سجزی در [۲۲]-[۲۴] موردی را ذکر می‌کند که در آن شکلهای اصلی و جدید مساوی نیستند بلکه متشابهند از دیدگاه امروزی تکیه بر مفهوم تبدیل هندسی از شکل اصلی به شکل جدید امری طبیعی است. اما، مفهوم امروزی نگاهت بین دو شکل را نه سجزی ذکر کرده و نه در هیچ اثری از هندسه دانان دوره اسلامی آمده است.

روش نقل را ابوسهل کوهی^{۲۱}، ابن هیثم و آپولونیوس^{۲۲} نیز به کار برده‌اند. تا آنجا که می‌دانم، بیان صریح سجزی از این روش و به کار بردن اصطلاح نقل برای آن توسط وی، در عهد باستان و دوره اسلامی منحصر به فرد بوده است.

۶. تحلیل. این همان روش تحلیل و ترکیب یونان باستان است که پولیا آن را در مقاله "پاپوس" (ص ۹۴-۱۰۰)، بر اساس عبارتی از مقاله هفتم مجموعه ریاضی^{۲۳} پاپوس اسکندران شرح داده است. این اثر بر ریاضیدانان دوره اسلامی شناخته شده نبود، اما روشهای تحلیل و ترکیب از طریق منتهای دیگر از آثار یونانی به آثار دوره اسلامی راه یافت. ابراهیم بن سنان، رساله مفصلی به نام "رساله در روش تحلیل و ترکیب در مسئله‌های هندسی"^{۲۴} راجع به آن نوشت. این رساله را ا. س. سعیدان در مجموعه رسائل ابن سنان منتشر کرد که رساله مورد بحث از سجزی را نیز در همان مجموعه به صورت پیوست انتشار داد.

^{۲۱} نگاه کنید به منبع زیر:

J.L. Berggren, "The correspondence of Abu-Sahl al-Kohi and Abu Ishaq al-Sabi: A translation with commentary", *Journal for History of Arabic Science*, 7 (1983) 39-124, esp. pp. 88-89 (Figure 17 and Figure 18)

^{۲۲} نگاه کنید به:

J.P. Hogendijk, *Ibn al-Haytham's Completion of the Conics* New York 1985, pp. 89-93, 105-113.

در آنجا اصطلاح تحویل به مسئله‌ای با شکل مرتبط، را به کار بردم زیرا هنوز نمی‌دانستم که در ریاضیات دوره اسلامی اصطلاح نقل برای این روش وجود دارد.

^{۲۳} نگاه کنید به:

A. Jones, *Pappus of Alexandria, Book 7 of the Collection* New York (etc), Springer-Verlag, 1986, pp. 82-83 and the commentary by Jones on pp.

66-70.

^{۲۴} مقاله فی طریق التحلیل و ترکیب فی المسائل الهندسیة، GAS، جلد پنجم، ص ۲۹۴، شماره ۲.

۷. استفاده از شگردها چنان که هرون به کار می‌برد^{۲۵}. سجزی در [۱۹] موضوع را با تفصیل بیشتر بیان کرده است: هندسه دانانی از دوران باستان بودند که وقتی کشف چیزهای مطلوب برایشان دشوار بود شگردهای ظریفی به کار می‌بردند، مثل آن (هندسه دان چیزهای مطلوبش به نسبت مربوط می‌شد و در آنها از اعداد مضرب استفاده می‌کرد یا (آن هندسه دان) که مسئله‌اش اندازه‌گیری (مساحت) یک شکل یا تساوی (بین شکلهای) برد و در این کار از ترسیم آنها بر پارچه نازک یا کاغذ و وزن کردن آنها استفاده می‌کرد یا شگردهای مشابه دیگری به کار می‌برد.

احتمالاً سجزی این مطالب را از نوشته‌های باستانی که اکنون مفقود شده‌اند نقل می‌کند. پولیا این "شگردها" را ذکر نمی‌کند. نشانه‌ای در دست نداریم از اینکه سجزی (یا هیچ هندسه‌دان دیگری از دوره اسلامی) کتاب روشهای ارشمیدس را می‌شناخته است. ارشمیدس در این کتاب روشی برای تخمین حجم برخی اجسام از طریق تقسیم آنها به برشهای بسیار نازک و سپس وزن کردن این برشها با یک ترازوی فرضی، بیان کرده است^{۲۶}. متن یونانی این اثر را هایبرگ (Heiberg) در سال ۱۹۰۶ کشف کرده است.

نکات جالب رساله سجزی به هفت قانون ملکور محدود نمی‌شود و خواننده علاقه‌مند می‌تواند علاوه بر آنچه من آورده‌ام خود نیز شباهتهای دیگری بین رساله سجزی و کتابهای پولیا درباره حل مسئله‌ها بیابد. مقدمه خود را با چند اشاره کلی در زمینه مقایسه آثار این دو مؤلف به پایان می‌رسانم.

کتاب پولیا با در نظر داشتن مقاصد آموزشی نوشته شده است، ولی سجزی رساله خود را برای پژوهشگران و اهل علم نوشته است. این تفاوت، توجه‌کننده بسیاری از جنبه‌های کتاب پولیاست که در رساله سجزی دیده نمی‌شود، مثلاً بیان مشروح روشهای حل مسئله که باید به وسیله آموزگار تدریس شود و دانش آموز آنها را فرا گیرد.

کتاب پولیا حدود ده قرن بعد از رساله سجزی نوشته شده و طی این مدت ریاضیات دستخوش تغییرات زیادی شده است. با این حال، چون پولیا به چیزی می‌پردازد که اکنون ریاضیات مقدماتی خواننده می‌شود و مخصوص بر هندسه تاکید می‌کند، موضوع بحث وی با سجزی اشتراک دارد. پولیا در حل مسئله‌های هندسی از نمادهای جبری (x ، y و غیره) استفاده می‌کند که در دوره نوزایی پدید آمدند و رنه دکارت در سال ۱۶۳۷ آنها را در هندسه به کار گرفته است. بدیهی است که سجزی تصویری از این نمادها نداشته است و بنابراین در رساله

^{۲۵} منظور از هرون، هرون اسکندرانی است.

^{۲۶} نگاه کنید به:

او فصلی به عنوان تنظیم و نوشتن معادلات^{۲۷} وجود ندارد.

سجری، بر خلاف پولیا، ذکری از مسئله‌های حساب و جبر به میان نیاورده است، هر چند که این گونه مسائل در زمان وی مطالعه می‌شده و لابد روشهایی برای حل آنها نیز وجود داشته است.

سجری در مقایسه با پولیا توجه صریح‌تری به ساختار اساسی ریاضیات دارد. بنابراین توضیح‌های مشروح سجری درباره ساختار استنتاجی ریاضیات [۳۲] در کتاب پولیا دیده نمی‌شود. علت امر هو چیز می‌تواند باشد: اولاً سجری، در مقایسه با پولیا، فرض را بر وجود آشنایی کمتری با ریاضیات می‌گذارد. ثانیاً، چون مخاطبان سجری اهل علم بودند، وی توجه بیشتری به رویکرد اصل موضوعی نسبت به ریاضیات، چنان که به وسیله اقلیدس بیان شده، داشته است. پولیا کتابش را برای آموزگاران و درباره نوع غیر رسمی‌تری از ریاضیات که در دبیرستانهای امروزی تدریس می‌شود، نوشته است. کتاب چگونه مسئله را حل کنیم پولیا متن کوتاهی است، ولی او کتاب پر حجم‌تری در ۶۸۶ صفحه (فارسی) با عنوان خلاقیت ریاضی^{۲۸} نوشته است. این کتاب برای درک، فراگیری و آموزش حل مسئله نوشته شده و شامل مطالب خیلی بیشتری از رساله سجری است.

به نظر من، با در نظر گرفتن فاصله زمانی عظیم بین پولیا و سجری، موارد همسانی بین آنها خیلی چشمگیرتر از تفاوت‌های آنهاست. بی‌شک پولیا از دانستن اینکه ده قرن پیش از وی یک ایرانی به همان مطالب مورد توجه وی پرداخته است، بسیار ذوق زده می‌شد. در خاتمه مقدمه‌ام قطعه‌ای از مقدمه چگونه مسئله را حل کنیم پولیا را نقل می‌کنم که در مورد رساله سجری نیز صادق است:

"آری، ریاضیات دو چهره دارد، علم دقیق اقلیدس است، ولی چیز دیگری نیز هست. ریاضیاتی که به شیوه اقلیدس معرفی می‌شود، علمی نظام‌مند و قیاسی یا استنتاجی است. ولی ریاضیات در حال ساخته شدن، همچون علمی آزمایشی و استقرائی به نظر می‌رسد. هر دو جنبه به اندازه خود ریاضیات عمر دارد و قدیمی است؛ ولی جنبه دوم از یک لحاظ جدید است. ریاضیات در حال تکوین و پیدایش، قبلاً هرگز این گونه به طور کامل به دانشجویان، یا به خود استاد، یا به عامه مردم عرضه نشده بوده است."^{۲۹}

^{۲۷} پولیا، چگونه مسئله را حل کنیم، ترجمه احمد آرام، ص ۱۴۱.

^{۲۸} نگاه کنید به پانویس ۱۷

^{۲۹} ج. پولیا، چگونه مسئله را حل کنیم، ترجمه احمد آرام، ص پانزده.