

شکل گیری مفاهیم ریاضی در کودکان، ژان پیارّه، بازتاب، سال ۲، شماره ۲، تابستان ۱۳۶۰، ص

۱۳-۲۳.

عادت چه اتفاقی رخ می‌دهد، کافی بود تغییرات در دو یاخته نوروں حسی قبل از سیناپس و نوروں حرکتی بعد از سیناپس و کیفیت ارتباط بین آن دو مورد بررسی قرار می‌گرفت. قدرت يك ارتباط می‌تواند با ثبت فعالیت سیناپسی ای که در نتیجه عمل نوروں حسی، در نوروں حرکتی ایجاد می‌شود، مورد مطالعه و اندازه‌گیری قرار گیرد. برای این مطالعه، لازم است جلسه ایجاد عادت، به طور آزمایشگاهی، تقلید شود. برای این کار، به يك نوروں حسی، ۱۰ تا ۱۵ تحریک با همان توالی زمانی که در جلسه ایجاد عادت روی جانور سالم به کار می‌رفت، وارد می‌کنند و شدت این تحریکها را طوری میزان می‌کنند که از نظر الکتریکی فقط يك پتانسیل کار ایجاد کند. اولین باری که در اثر تحریک، نوروں حسی وادار می‌شود يك پتانسیل کار کامل ایجاد کند، سبب يك فعالیت کاملاً مؤثر سیناپسی می‌شود که به صورت يك پتانسیل کار تحریکی کامل در نوروں حرکتی تظاهر می‌کند. پتانسیل‌های کار بعدی که طی جلسه تمرین آزمایشگاهی در نوروں حسی ایجاد می‌شود، به تدریج پتانسیل‌های تحریکی ضعیف‌تری را در نوروں حرکتی به وجود می‌آورد. این تضعیف در فعالیت سیناپسی یا قدرت عمل ارتباط، در واقع، معادل همان عادت کردن رفتاری است. همان‌طور که در مورد رفتار دیده شد، در این جا نیز تضعیف فعالیت سیناپسی که به دنبال يك جلسه تمرین آزمایشگاهی پیدا می‌شود اثرش فقط يك ساعت باقی می‌ماند، با افزودن جلسه دوم، تضعیف واضح‌تری در پتانسیل سیناپسی به وجود می‌آید و اگر جلسه‌های تمرین بیشتری در نظر گرفته شود، ممکن است به تضعیف و حذف کامل پتانسیل سیناپسی منجر گردد.

چه عاملی سبب تغییر در میزان قدرت ارتباط سیناپسی می‌شود؟ آیا این تغییر نتیجه يك تغییر در فعالیت نوروں حسی به صورت کاهش آزاد شدن مقدار واسطه شیمیایی است یا نتیجه يك تغییر در نوروں بعد از سیناپس به صورت کاهش حساسیت گیرنده‌ها نسبت به واسطه شیمیایی؟ پاسخ به این پرسش‌ها مستلزم تجزیه و تحلیل تغییر دامنه پتانسیل سیناپسی به ازاء مقدار مواد و اجزاء موجود در سیناپس‌ها است.

«اگر من بیشتر از دیگران می‌بینم، تنها به این علت است که بر شاه‌های بزرگان ایستاده‌ام.»

نیوتون

شکل‌گیری مفاهیم ریاضی در کودکان

ترجمه: محمد باقری

این مقاله ضمن توضیح آزمایش‌های مهمی که خواننده خود می‌تواند در سر و کار داشتن با مواد عینی، آن‌ها را انجام دهد، نشان می‌دهد که سیر تکاملی تاریخی هندسه، در کودکان به صورت معکوس جریان می‌یابد.

★

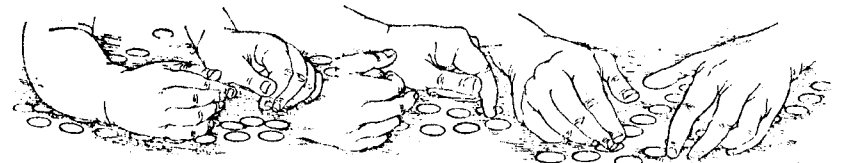
اشتیاء بزرگی است اگر تصور کنیم که کودک مفهوم عدد و سایر مفهوم‌های ریاضی را صرفاً از طریق آموزش درمی‌یابد. بلکه به‌عکس، وی تا حد زیادی شخصاً، مستقلاً و به‌طور خودبه‌خودی به درک مفاهیم مذکور نایل می‌شود. هنگامی که بزرگ‌ترها می‌کوشند تا مفاهیم ریاضی را پیش از موعد به کودک بفهمانند، این آموزش از حد لفظی پیش‌تر نخواهد رفت، درک حقیقی تنها با رشد ذهنی وی امکان‌پذیر می‌گردد.

این مدعا را می‌توان به‌سادگی توسط آزمایشی نشان داد. ممکن است پدر و مادر کودک پنج یا شش‌ساله‌ای به‌وی یاد داده باشند که اعداد از یک تا ده را بشمرند. اگر ده تکه سنگ به‌ردیف چیده شود، او می‌تواند آن‌ها را به‌درستی بشمارد. اما اگر سنگ‌ها به شکل الگوی پیچیده‌تری کنار هم قرار گیرند یا روی هم انباشته شوند، آن وقت کودک دیگر قادر نخواهد بود آن‌ها را با همان دقت شمارش کند. با آن‌که کودک اسم اعداد را می‌داند، هنوز درک بنیادی از مفهوم عدد کسب نکرده است، یعنی نمی‌داند که تعداد اشیاء در یک گروه ثابت است و هر قدر آن‌ها را درهم بریزیم یا ترتیبشان را عوض کنیم، تعداد آن‌ها محفوظ باقی می‌ماند.

لز سوی دیگر، در کودک شش و نیم یا هفت ساله، درک خود به‌خودی مفهوم عدد مشاهده می‌شود، گرچه ممکن است حتی شمردن را به‌وی نیاموخته باشند. اگر هشت پولک قرمز و هشت پولک آبی در اختیارش بگذارند، با تطبیق یک به یک، درخواهد یافت که تعداد قرمزها برابر تعداد آبی‌هاست و درک خواهد کرد که دو گروه صرف نظر از شکلی که به‌خود بگیرند، از نظر

تعداد برابر باقی می‌مانند.

آزمایش تطبیق یک به یک، برای بررسی پیدایش مفهوم عدد در کودکان بسیار سودمند است. هشت پولک قرمز را در یک ردیف و به فاصله مساوی از هم طوری می‌چینیم که بین هر دو پولک مجاور، سه سانتی متر فاصله باشد و از کودکان مورد آزمایش می‌خواهیم که از یک جعبه حاوی پولک‌های آبی، به تعداد پولک‌هایی که روی میز چیده شده، پولک بردارند. واکنش آن‌ها بستگی به سن دارد و سه مرحله تکاملی در آن‌ها قابل تشخیص است. کودک پنج ساله یا کوچک‌تر، به طور میانگین، با پولک‌های آبی ردیفی به طول پولک‌های قرمز خواهد ساخت، اما به جای آن‌ها بین آن‌ها فاصله بگذارد، آن‌ها را نزدیک هم خواهد چید. به عقیده او اگر طول ردیف‌ها برابر باشد، تعداد پولک‌ها با هم برابر خواهد بود. کودکان در سن شش سالگی، به طور میانگین، به مرحله دوم پای می‌گذارند، این کودکان کنار هر پولک قرمز یک پولک آبی می‌گذارند و تعداد صحیحی از پولک‌های آبی را از جعبه خارج می‌کنند. اما آن‌ها الزاماً خود مفهوم عدد را درک نکرده‌اند. اگر فاصله بین پولک‌های قرمز را بیشتر کنیم به طوری که طول ردیف افزایش یابد، کودکان شش ساله چنین خواهند اندیشید که این ردیف طولانی‌تر دارای پولک‌های بیشتری است، حال آن‌که ما تعداد پولک‌ها را تغییر نداده‌ایم. در سن شش سال و نیم تا هفت سالگی، کودکان به طور میانگین، به مرحله سوم می‌رسند. در این مرحله، کودکان می‌دانند که پولک‌ها را چنانچه هم ردیف کنیم و چه دور از هم، تعداد آن‌ها در مراحل ثابت می‌ماند.



شکل ۱: آزمایش با تعدادی پولک، شکل‌گیری مفهوم عدد در کودکان از سن پنج سالگی یا کم‌تر (دست‌های سمت چپ)، تا شش سالگی (وسط شکل) و شش و نیم یا هفت سال (سمت راست) نشان می‌دهد. شرح آزمایش در متن مقاله آمده است.

در یک آزمایش مشابه، دوطرف همانند از نظر شکل و اندازه به کودک داده می‌شود و از او خواسته می‌شود که هر بار به طور هم‌زمان مهره‌ای را به داخل هر یک از دوطرف بیندازد، به این ترتیب که بادیست راست یک مهره آبی به داخل یک ظرف و بادیست چپ یک مهره قرمز به داخل ظرف دیگر بیندازد. وقتی که دو ظرف نسبتاً پر شد، از او خواسته می‌شود که مهره‌های دوطرف را مقایسه کند. کودک مطمئن است که تعداد مهره‌های دوطرف برابر است. سپس از او می‌خواهند که مهره‌های آبی را در ظرف دیگری با شکل و اندازه متفاوت بریزد. در

اینجا نیز بار دیگر شاهد تفاوت‌هایی در ادراک کودک خواهیم بود که به سن وی مربوط می‌شود. کودکان خیلی کوچک، تصور خواهند کرد که تعداد مهره‌ها تغییر کرده است. مثلاً اگر مهره‌ها ظرف جدید را تا سطح بالاتری پرکنند، کودکان خواهند گفت که تعداد مهره‌های این ظرف، بیشتر از ظرف قبلی است و اگر مهره‌ها ظرف جدید را تا سطح پایین‌تری پرکنند، به نظر آن‌ها تعداد مهره‌ها کمتر خواهد بود. اما کودکان نزدیک به هفت سال می‌دانند که این جابه‌جایی، تعداد مهره‌ها را تغییر نمی‌دهد.

*

به کوتاه سخن، کودکان پیش از آن که بتوانند مفهوم عدد را درک کنند، باید اصل بقای* کمیت را دریابند. البته اصل بقای کمیت، دیگر مفهوم عددی نیست، بلکه یک مفهوم منطقی است. بدین ترتیب، این آزمایش‌ها در روان‌شناسی کودک، به روشن‌تر شدن شناخت‌شناسی مفهوم عدد کمک می‌کند. موضوع اخیر مورد بررسی بسیاری از ریاضی‌دانان و منطق‌دانان قرار گرفته است.

بنا به عقیده هانری پوانکاره (۳) و ال. جی. پروور (۴) - که هر دو ریاضی‌دان بوده‌اند - مفهوم عدد محصول ادراک شهودی بدوی بوده، مقدم بر برداشت‌های منطقی است. به اعتقاد ما، آزمایش‌هایی که در بالا شرح داده شد، این نظر را رد می‌کند. از سوی دیگر، برتراند راسل طرفدار این دیدگاه است که عدد یک مفهوم صرفاً منطقی است. وی معتقد است که مفهوم عدد اصلی از مفهوم منطقی مقوله (۵) ناشی می‌شود (عدد مقوله‌ای است که از مقولات هم‌ارز تشکیل می‌گردد)، حال آن‌که مفهوم عدد ترتیبی از روابط منطقی ترتیب مشتق می‌شود (۶). اما نظریه راسل با فرایندهای روان‌شناسی که در مورد کودکان کم سن مورد مشاهده قرار دادیم به طور کامل وفق نمی‌دهد. کودکان در آغاز قادر به تمایز میان عدد اصلی و ترتیبی نیستند و به علاوه، در مفهوم عدد اصلی، یک رابطه ترتیبی از پیش فرض شده است. مثلاً، کودک تنها در صورتی قادر به ساختن رابطه یک به یک است که اولاً، هیچ یک از عناصر را از قلم نیندازد، ثانیاً هیچ عنصری را دوباره به کار نگیرد. تنها راه تشخیص یک واحد از واحد دیگر این است که واحد مزبور قبل یا بعد از واحد دیگر - از نظر زمانی یا فضایی - یعنی در یک ترتیب شمارشی، در نظر گرفته شود.

مطالعه کشف روابط فضایی توسط کودک - چیزی که می‌توان آن را هندسه خودبه‌خودی کودک نامید - نیز می‌تواند همانند بررسی پیدایش مفهوم

* بقا در برابر کلمه Conservation نهاده شده است. ثبات یا نگهداری ذهنی نیز گفته شده است. (بازتاب).

عدد در وی، روشنتر باشد. ظاهراً ترتیب پیش روی کودک در هندسه، درمقایسه با ترتیب کشف تاریخی هندسه، روندی معکوس است. هندسه علمی باسیستم اقلیدس آغاز شد (که با شکل‌ها، زوایا و غیره سر و کار داشت). در قرن هفدهم به صورت هندسه تصویری تکامل یافت (که به مسائل پرسپکتیو مربوط می‌شد) و سرانجام در قرن نوزدهم به توپولوژی رسید (که روابط فضایی را به شیوه‌ای کلی و کیفی توضیح می‌دهد - مثلاً، تمایز بین ساختارهای باز و بسته، داخل و خارج، همسایگی و جدایی). کودک از این مرحله اخیر آغاز می‌کند و نخستین کشفیات هندسی او به توپولوژی مربوط می‌شود. او در سن سه سالگی می‌تواند شکل‌های باز و بسته را از هم تمیز دهد. اگر از او بخواهید که شکل یک مربع یا مثلث را دوباره بکشد، دایره بسته‌ای رسم می‌کند و برای کشیدن شکل صلیب، دو خط جداگانه می‌کشد، اگر دایره بزرگی به او نشان دهید که دایره کوچکی درون آن واقع شده باشد، او به خوبی می‌تواند این رابطه را دوباره سازی کند. همچنین می‌تواند دایره کوچکی خارج از دایره بزرگ یا چسبیده به آن رسم کند. او می‌تواند همه این کارها را انجام دهد، بیش از آنکه بتواند مستطیلی رسم کند یا مشخصه‌های اقلیدسی (عده اضلاع، زوایا و غیره) را در یک شکل نشان دهد. تنها بعد از گذشت مدت قابل توجهی از تسلط کودک به روابط مربوط به توپولوژی شکل‌گیری مفاهیم مربوط به هندسه اقلیدسی و تصویری در وی آغاز می‌گردد. آن‌گاه این مفاهیم به طور هم‌زمان در ذهن وی شکل می‌گیرد.

با توجه بیشتر معلوم می‌شود که این ترتیب روان‌شناسی، به ترتیب ساختی استنتاجی یا اصولی هندسه نوین نزدیک‌تر است تا ترتیب تاریخی کشف هندسه. این امر خود نشان‌دهنده نزدیکی میان ساخت روان‌شناسی و ساخت منطقی علم است.

★

اکنون به آزمون کودکان در زمینه هندسه تصویری می‌پردازیم. ابتدا، دو «نرده» درست می‌کنیم (به صورت میله‌های چوبی که ته آن‌ها در خمیر مجسمه - سازی فرو شده است). این ندرده را به فاصله سی و پنج سانتی‌متر از هم قرار می‌دهیم و از کودک می‌خواهیم که با یک نرده مستقیم آن دو را به هم وصل کند. کم‌سن‌ترین کودکان (زیر چهار سال) برای این کار میله‌ها را یکی یکی به دنبال هم وصل می‌کنند و نرده‌ای که می‌سازند کم یا بیش از خط مستقیم منحرف می‌شود. برخورد آن‌ها مبتنی بر توپولوژی است: عناصر در رابطه ساده همسایگی با هم مرتبطند و این که مجموعاً باید تصویری از یک خط راست پدید آورند، مورد نظر نیست. در مرحله بعد، درس‌نین بالای چهار سال، کودک ممکن است نرده مستقیمی بسازد مشروط به این‌که دو نرده انتهایی به موازات لبه میز باشند،

یا خط راست دیگری برای کمک به آن‌ها موجود باشد. اگر ندرده کناری در روی میز، به موازات قطر واقع شده باشند، کودک احتمالاً نرده جدید را ابتدا به موازات لبه میز می‌سازد و سپس جهت آن را تغییر داده، نرده را به شکل منحنی درمی‌آورد تا به نرده دیگر برسد. امکان دارد که کودک خردسالی تصادفاً نرده مستقیمی بسازد، اما او این کار را به روش آزمایش و لغزش و نه به طور سازمان یافته، صورت می‌دهد.



شکل ۲: کودک هفت ساله با نگاه کردن در طول میله‌ها، نرده مستقیم می‌سازد

در سن هفت سالگی، به طور میانگین، کودک می‌تواند نرده مستقیمی در هرامتداد مورد نظر بر روی میز بسازد و راست بودن آن را با بستن یک چشم و نگاه کردن در طول آن (همان‌طور که باغبان‌ها میله‌های تکیه‌گاه لوبیا را به ردیف مستقیم در خاک فرو می‌کنند) امتحان کند. در این جا با جوهر مفهوم تصویری روبرو هستیم، خط همان خطی است که در توپولوژی داشتیم، اما کودک دریافته است که رابطه تصویری بستگی دارد به زاویه رویت یا نقطه دید.

این موضوع را می‌توان با آزمایش‌های دیگری نیز مورد مطالعه قرار داد. مثلاً، عروسکی را روی میز بنشانید و جلوی آن شینی را در امتداد معینی نسبت به خط دید عروسک قرار دهید. این شینی می‌تواند مدادی باشد که به طور عرضی، مورب یا طولی نسبت به خط دید عروسک قرار گیرد، یا یک ساعت مچی که به صورت ایستاده یا تخت روی میز گذاشته شود. آن گاه از کودک بخواهید که شکل آن شینی را از دید عروسک رسم کند، یا بهتر این که از وی بخواهید تا از بین چند شکل موجود یکی را که نشان‌دهنده شکل شنی از دید عروسک است، انتخاب کند. تا سن هفت یا هشت سالگی، کودک قادر به تعیین صحیح زاویه دید عروسک نیست.

آزمایش دیگری برای بررسی همین موضوع وجود دارد که نتایج فوق را تأیید می‌کند. اشیایی باشکل‌های گوناگون در مواضع مختلفی بین یک لامپ و یک پرده قرار می‌گیرند، و از کودک خواسته می‌شود که شکل سایه‌ای را که هر

شینی به پرده خواهد افتادخت، پیش‌بینی کند.

تا سن نه یا ده سالگی، توانایی هماهنگ کردن پرسپکتیوها در کودک وجود ندارد. این موضوع را می‌توان توسط آزمایشی که من چندی پیش به همکارم، دکتر ادیت می‌یر (۷) پیشنهاد کردم، نشان داد. آزمایش کننده پشت میزی روبروی کودک می‌نشیند و بین کودک و خودش یک رشته کوه مقوایی می‌گذارد. هر دو، از دو دید مخالف، رشته کوه را می‌بینند. سپس از کودک خواسته می‌شود که از بین شکل‌های گوناگون، آن‌هایی را که نشان دهنده دید او و شخص مقابل، از رشته کوه است، برگزیند. طبیعتاً، کم‌سن‌ترین کودکان تنها می‌توانند تصویری را که به دید خودشان مربوط می‌شود، جدا کنند، آن‌ها تصور می‌کنند که همه دیدها همانند دید خود آن‌هاست. جالب‌تر این که، اگر کودک جای خود را با آزمایش کننده عوض کند و کوه‌ها را از سوی دیگر ببیند، این‌بار خواهد پنداشت که دید جدید او تنها دید صحیح است، او نمی‌تواند دید چند لحظه پیش خود را در ذهنش دوباره‌سازی کند. این موضوع مثال روشنی از «خودمداری» ویژه کودکان است. این خودمداری یک تفکر بدوی است که کودکان را از درک این که ممکن است بیش از یک نقطه دید وجود داشته باشد، مانع می‌گردد.

در کودکان، حوالی سنین نه یا ده سالگی، سیر تکاملی چشم‌گیری رخ می‌دهد تا بتوانند پرسپکتیوهای مختلف ممکنه را تمیز داده، و آن‌ها را با هم تطبیق دهند. آنان در این مرحله می‌توانند فضای تصویری را در شکل عینی یا عملی آن درک کنند، اما به‌طور طبیعی، هنوز قادر به درک جنبه‌های نظری آن نیستند. هم‌زمان با پیدایش مفهوم فضای تصویری، فضای اقلیدسی نیز در ذهن کودک شکل می‌گیرد و این دونوع ساخت برپایه یکدیگر بنا می‌شوند. مثلاً، در ساختن یک نرده میله‌ای مستقیم، او علاوه‌بر استفاده از روش یک چشمی نگاه کردن، ممکن است دست‌هایش را به موازات هم بگیرد تا جهت درست را به‌دست آورد. بدین ترتیب او مفهوم بقای جهت را که یک اصل اقلیدسی است، به‌کار می‌برد. این آزمایش نیز مؤید این حقیقت است که مفاهیم ریاضی بر یک مبنای کیفی یا منطقی در کودکان شکل می‌گیرد.

اصل بقا در اشکال گوناگون ظاهر می‌شود. ابتدا بقای طول به‌میان می‌آید. اگر آجری را روی یک آجر دیگر با همان طول بگذارید و سپس یکی از آجرها را طوری بلغزانید که انتهای آجر دیگر از پشت آن دیده شود، کودک زیر شش‌سال چنین تصور خواهد کرد که دو آجر دیگر هم‌طول نیستند. به‌طور میانگین، تنها در نزدیکی هفت سالگی است که کودک می‌فهمد که آنچه از یک طرف آجریرون زده است، از طرف‌دیگر تو رفته است. می‌توان گفت که وی از طریق یک فرایند منطقی، به‌درک مفهوم بقای طول نایل آمده است.

آزمایش‌هایی که در زمینه کشف بقای فاصله توسط کودک صورت گرفته، فوق‌العاده روشنگر است. دو درخت کوچک اسباب‌بازی را به‌فاصله از یکدیگر روی میز قرار دهید و با یک آجر یا یک تکه مقوای کلفت، دیواری بین آن‌ها به وجود آورید. حال از کودک سؤال کنید «البته، به‌زبان خودش» که آیا هنوز فاصله بین درخت‌ها همان قدر است یا نه. کم‌سن‌ترین کودکان خواهند پنداشت که فاصله تغییر کرده است، آنان به‌سادگی از جمع کردن دوبخش یک فاصله و رسیدن به‌کل آن فاصله، عاجزند. کودکان پنج یا شش‌ساله تصور می‌کنند که فاصله کاهش یافته است، آنان ادعا می‌کنند که ضخامت دیوار جزو فاصله به‌شمار نمی‌آید، یا به‌عبارت دیگر، فضای پر را هم‌ارز فضای خالی نمی‌دانند. تنها در نزدیکی هفت سالگی، کودکان به این درک می‌رسند که به‌میان آمدن اشیاء، فاصله را تغییر نمی‌دهد.

همه روش‌های آزمایش به‌این نتیجه منتهی می‌شود که کودکان تا حوالی سن هفت سالگی، توجهی به‌اصل بقای طول یا سطح ندارند و در این سن با کشف برگشت‌پذیری، درمی‌یابند که کمیت اولیه ثابت مانده است (مثلاً با دوباره روی هم گذاشتن آجرها، یا برداشتن دیوار، الی آخر). بنابراین، کشف روابط منطقی لازمه شکل‌پذیری مفاهیم هندسی است، هم‌چنان که در شکل‌گیری مفهوم عدد نیز با این حقیقت مواجه شدیم.

★

این قضیه در مورد اندازه‌گیری هم که صرفاً یک مفهوم مشتق است، صادق می‌باشد. بسیار جالب است که ببینیم کودکان چگونه خود به‌خود اندازه‌گرفتن را می‌آموزند. من به‌اتفاق یکی از همکارانم به نام دکتر این‌هلدر (۸) آزمایش زیر را انجام داده‌ام: ستونی از آجرهای چوبی را روی یک میز به‌کودکی نشان می‌دهیم و از او می‌خواهیم که با آجرهای چوبی به‌ابعاد متفاوت، روی میز دیگری (که از میز اول بلندتر یا کوتاه‌تر است) ستونی به‌همان بلندی درست کند. طبعاً همه ابزارهای لازم برای اندازه‌گیری را هم در اختیارش می‌گذاریم. اقدام کودکان در برخورد با این مسئله، روند تکاملی شگفت‌انگیزی دارد. کوچک‌ترین کودکان ستون دوم را آن‌قدر بالا می‌برند که هم‌سطح ستون اول دیده شود، بی‌آن‌که توجهی به‌اختلاف ارتفاع دومیز کرده باشند. آن‌ها برای مقایسه دو ستون، چند قدم به عقب رفته و به‌ستون‌ها نگاه می‌کنند. کودکی که در یک مرحله اندکی پیش‌رفته‌تر قرار دارد، میله‌ای را روی نوک دو ستون می‌خواباند تا مطمئن شود که ستون‌ها هم‌سطحند. وی پس از چندی متوجه می‌شود که مبنای ستون او، هم‌سطح مبنای ستون اول نیست. سپس بر آن می‌شود که ستون خود را در کنار ستون اول و روی همان میز قرار دهد تا بتواند آن‌ها را با هم مقایسه کند. با تذکر این مطلب

که بنا بر قوانین بازی، حق جابه‌جا کردن ستون خود را ندارد، به جستجوی یک مبنای اندازه‌گیری برمی‌آید. جالب توجه است که نخستین چیزی که به فکرش می‌رسد، بدن خودش است. او یک دستش را روی نوک ستون و دست دیگرش را روی پایه آن می‌گذارد و درحالی که می‌کوشد فاصله دست‌هایش تغییر نکند، برای مقایسه به‌سوی ستون دیگر می‌رود. کودکان حدود شش ساله معمولاً این کار را با اطمینان کامل انجام می‌دهند، گویی امکان ندارد که موقعیت دست‌هایشان در راه تغییر کند! اما به‌زودی درمی‌یابند که این شیوه قابل اعتماد نیست و به نقاط مرجع دیگری در بدن متوسل می‌شوند. این‌بار، کودک شانه خود را هم سطح نوک ستون قرار می‌دهد، با دستش روی نقطه مقابل پایه ستون بر ران خود علامت می‌گذارد و به‌طرف ستون اول می‌رود تا ببیند طول دو ستون برابر است یا نه.



شکل ۳: کودک شش‌ساله ارتفاع ستون ساخته شده از آجرهای چوبی را با بدنش اندازه‌می‌گیرد.

سرانجام فکر استفاده از یک ابزار اندازه‌گیری مستقل در کودک پدیدار می‌شود. نخستین اقدام او در این جهت، احتمالاً ساختن ستون سومی است در کنار ستونی که خود قبلاً ساخته، و هم‌ارتفاع با آن. سپس این ستون را به‌کنار میز اول می‌برد و آنرا با ستون اولیه تطبیق می‌کند، طبق قوانین بازی، این کار مجاز است. رسیدن کودک به این مرحله، مستلزم یک فرایند استدلال منطقی است. اگر ستون اول را A، ستون دوم را C و ستون قابل حرکت را B بنامیم، کودک چنین استدلال کرده است که $B = A$ و $B = C$ بنابراین $A = C$.

بعدها کودک به‌جای ستون سوم از یک میله استفاده می‌کند، اما در آغاز

طول میله باید درست برابر با ارتفاع ستون مورد اندازه‌گیری باشد. او سپس به این فکر می‌رسد که از میله‌ای بلندتر استفاده کند و به‌اندازه ارتفاع ستون، روی آن با انگشت علامت بگذارد. سرانجام کودک به مرحله اندازه‌گیری حقیقی وارد می‌شود، یعنی می‌فهمد که می‌تواند با استفاده از میله‌ای کوتاه‌تر، ارتفاع ستون را از راه چندین بار قرار دادن میله در جهت عمود، اندازه‌گیری کند.

کشف اخیر شامل دو عمل منطقی جدید است. عمل نخست، فرایند تقسیم است که به‌کودک امکان می‌دهد تا ببیند که کل از جمع تعدادی جزء تشکیل یافته است. عمل دوم، جابه‌جایی یا جایگزینی است که کودک را قادر می‌سازد تا یک جزء را در مورد اجزای دیگر به‌کار گیرد و بعداً ترتیب دستگامی از اتحاد به‌وجود آورد. بنا بر این، می‌توان گفت که اندازه‌گیری، ترکیبی است از تقسیم به‌اجزا و جایگزینی، درست همان‌طور که عدد، ترکیبی است از دربرگیری (شمول) مقوله‌ها و ترتیب پایایی. اما اندازه‌گیری دیرتر از مفهوم عدد ظاهر می‌شود زیرا تقسیم یک کل پیوسته به واحدهای تبدیل‌پذیر، دشوارتر از شمارش عناصری است که از یکدیگر جدا هستند.

*

برای مطالعه اندازه‌گیری در فضای دوبعدی، صفحه کاغذی بزرگی به‌کودک می‌دهیم که رویش با مداد نقطه‌ای گذاشته شده باشد و از او می‌خواهیم که روی صفحه دیگری به‌همان ابعاد، در همان محل نقطه‌ای بگذارد. او می‌تواند از میله، نوار کاغذی، خط‌کش یا هر ابزار اندازه‌گیری دیگری که لازم دارد، استفاده کند. کم‌سن‌ترین کودکان به‌تقریب بصری الکنفا می‌کنند و ابزار به‌کار نمی‌برند. در سنین بالاتر، کودک از یک ابزار اندازه‌گیری استفاده می‌کند، اما او فقط فاصله نقطه را از لبه کناری یا پایینی کاغذ اندازه می‌گیرد و برایش مایه تعجب است که این اندازه‌گیری به‌تنهایی نمی‌تواند موقعیت صحیح را به‌او بدهد. سپس، کودک فاصله نقطه را از گوشه کاغذ اندازه می‌گیرد و می‌کوشد ضمن استفاده از خط‌کش، همان شیب (زاویه) اصلی را روی کاغذ خود پیاده کند. سرانجام، در حوالی سنین هشت یا نه‌سالگی، کودک کشف می‌کند که باید اندازه‌گیری را به‌دو عمل تفکیک کند: تعیین فاصله افقی از یک لبه کناری و فاصله افقی از لبه بالایی یا پایینی. آزمایش‌های مشابه با استفاده از مهره‌ای در داخل یک جعبه، نشان می‌دهد که کودک در حدود همین سن، نحوه اندازه‌گیری‌های سه‌بعدی را کشف می‌کند.

اندازه‌گیری در فضای دوبعدی و سه‌بعدی ما را به مفهوم مرکزی فضای اقلیدسی، یعنی محورهای مختصات، می‌رساند (دستگاهی مبتنی بر افقی یا عمودی بودن اشیای فیزیکی). ممکن است به‌نظر برسد که حتی یک بیجه خردسال باید بتواند این مفاهیم را درک کند، زیرا در هر صورت می‌تواند وضعیت ایستاده

(عمودی) را از وضعیت خوابیده (افقی) تمیز دهد. اما عملاً نمایش خطوط افقی و عمودی، مسئله کاملاً متفاوتی از این آگاهی ذهنی نسبت به موقعیت فضایی را مطرح می‌سازد. من و دکتر این‌هلدر، به‌کمک آزمایش‌های زیر به بررسی این موضوع پرداختیم: با استفاده از یک بطری شیشه‌ای که تا نیمه از مایع رنگین پر شده، از کودکان مورد آزمایش می‌خواهیم که سطح آب را در صورتی که بطری به این شکل کج شود، پیش‌بینی کنند. به‌طور میانگین، بیش از سن نه‌سالگی، کودک نمی‌تواند معنی افقی بودن و پیش‌بینی را به‌درستی درک کند. آزمایش‌های مشابهی که به‌کمک شاقول یا کشتی اسباب‌بازی بادکل بلند انجام می‌گیرد، حاکی از آن است که درک مفهوم عمودی بودن در حدود همین سن ظاهر می‌شود. کندی کودک در جذب این مفاهیم تعجبی ندارد، زیرا در این‌جا علاوه بر درک روابط درونی یک شیء، مقایسه با عناصر بیرونی نیز باید مفهوم گردد (مثلاً میز یا کف اتاق یادآورها).

★

هنگامی که کودک کشف کرد که چگونه این محورهای مختصات را بر مبنای اشیای طبیعی به‌وجود آورد - با توجه به این که در حوالی همین زمان، تطبیق پرسپکتیوها را درک می‌کند - تصور او در مورد چگونگی نمایش فضا کامل شده است. در این هنگام، مفاهیم بنیادی ریاضی که به‌طور خودبه‌خودی از عملکردهای منطقی خود او سرچشمه می‌گیرد، در وی پدیدار می‌گردد. آزمایش‌هایی را که توضیح دادم، در عین سادگی دارای نتایج شگفت‌انگیزی بوده‌اند و حقایق نامنتظره فراوانی را آشکار ساخته‌اند. این حقایق از جنبه روان‌شناسی و آموزشی بسیار روشن‌گرند و علاوه بر این درس‌های فراوانی درباره دانش بشر به‌طور کلی به‌ما می‌آموزند.

پانویس‌ها:

- ۱- Jean Piaget (۱۸۹۶-۱۹۸۰)، برای آشنایی بیشتر، به مجله «بازتاب» شماره ۴ سال اول، ۱۳۵۹ و مجله «دهده» شماره ۶ سال دوم، ۱۳۵۹ مراجعه کنید.
- ۲- این مقاله در مجله ساینتیفیک آمریکن، نوامبر ۱۹۵۳ چاپ شده است.
- ۳- Jules Henri Poincaré (۱۸۵۴-۱۹۱۲) ریاضی‌دان و فیزیک‌دان فرانسوی.
- ۴- L. E. J. Brouwer
- ۵- Category
- ۶- اعداد اصلی عبارتند از: ۱، ۲، ۳... الی آخر، اعداد ترتیبی عبارتند از: اول، دوم، سوم... الی آخر.
- ۷- Dr. Edith Meyer
- ۸- Dr. Inhelder
- ۹- Théodore Simon (۱۸۷۳-۱۹۶۱) فیزیولوژیست فرانسوی.
- ۱۰- یک رشته تست‌های روان‌شناسی برای تعیین هوش کودکان.

درباره نویسنده:

ژان پیازه استاد روان‌شناسی در دانشگاه ژنو و یکی از سرپرستان مؤسسه ژان ژاک روسو، وابسته به این دانشگاه است. وی در سال ۱۸۹۶ در سویس به دنیا آمد. از سن ۱۵ سالگی با مجلات جانورشناسی سویس و کشورهای دیگر همکاری داشت. این مقالات موجب شد که سمت‌هایی به‌وی پیشنهاد شود و او را درگیر مکانیسم با «همفشارانی» کرد که نمی‌دانستند با یک شاگرد مدرسه سر و کار دارند. مطالعات پیازه او را به این نتیجه رساند که زندگی در هر سطح - از یاخته گرفته تا جامعه - باید تنها از طریق «گلیت‌ها» یا «ساختارهای کل» درک شود. او معتقد بود که این امر، بخصوص در مورد فرایندهای ذهنی صادق است و از این روجه روان‌شناسی روی آورد. علاقه او به کودکان که موجب شد طی سی سال اخیر در مورد آن‌ها کار کند، در دانشگاه سوربن آغاز شد. پیازه در آنجا با تندور سیمون (۹) که یکی از تهیه‌کنندگان تست بینه - سیمون (۱۰) بود، همکاری می‌کرد. شهرت ژان پیازه در آمریکا به‌خاطر یک رشته کتاب‌هایی است که درباره تکامل فکر و استدلال در خرسالان، نوشته است. جدیدترین آن‌ها که آمیزه‌ای از اندیشه‌های فعلی او در این زمینه است، «هنش هوش در کودکان» (۱۹۵۲) نام دارد. پیازه علاوه بر تحقیق، تدریس و تالیفات فراوان (وی ۲۲ کتاب و تعداد زیادی مقاله منتشر کرده است)، در زمان‌های مختلف سرپرستی دفتر بین‌المللی آموزش، ریاست جامعه روان‌شناسان سویس را به‌عهده داشته و با مجله فیزیولوژی سویس همکاری می‌کرده است. وی ضمن عضو هیئت اجرایی یونسکو می‌باشد. پیازه ازدواج کرده است و صاحب سه فرزند است.*

علم

خانم ملک سلیمان است علم	جمله عالم صورت وجان است علم
آدمی را زمین هنر بیچاره گشت	خلق دریاها وخلق کوه و دشت
زویلنگ و شیرترسان همچوموش	زوشده پنهان به‌دشت وکه وحوش
زو پری و دیو ساحل‌ها گرفت	هریکی در جای پنهان جا گرفت

مولوی

* باید توجه داشت که این مقاله در سال ۱۹۵۳ منتشر شده است. پیازه تا سال ۱۹۸۰ (سال درگذشت وی) اغلب نظریه‌های خود را تکامل بخشید.