زنان و ریاضیات

۵

۵۲۵ - ۵۲۸

آذر ۱۳۶۱

کتاب‌های آشتی با ریاضیات
ناشر : پرویز شهریاری
جلد پنجم (۲۵): زنان و ریاضیات
چاپخانهٔ رامین ـ تیراژ ۴۰۰۰ نسخه
چاپ اول ـ آذر ۱۳۶۱
نشانی : تهران ـ صندوق پستی ۵۴۱ ـ ۳۴

فهرست مطالب

کمک‌های خود را به‌حساب ۱۸۲۱۲۹۰۰ بانک تجارت (بازرگانی سابق) تهران ـ چهارراه ولی عصر، جنب بزرگمهر (کد بانکی ۵۵۵۰۴۶) به‌نام ناشر واریز و فتوکپی رسید آن را همراه با نشانی کامل خود برای ما بفرستید.

۱۲۰ ریال

منحنی استروفوئید[1]

م. ویگودسکی
ترجمهٔ محمد باقری

۱- تعریف و ترسیم.

استروفوئیدقائم (که‌غالباً به‌طور مطلق **استروفوئید** خوانده‌می‌شود) به صورت زیر تعریف می‌شود: دوخط راست عمود بـرهم AB و CD را در نظر بگیریـد (مطابق شکل ۱) و خط دلخواه AL را که در نقطهٔ P خط CD را قطع‌می‌کنید، رسم‌کنید. روی AL قطعه خطهای PM_1 و PM_2 را مساوی OP جدا کنید (O محل‌برخورد AB و CD است). استروفوئید (قائم) مکان هندسی نقاط M_1 و M_2 است.

استروفوئید مایل به روشی مشابه ساخته می‌شود ولی این‌بار AB و CD با هم زاویه‌ای غیر قائمه می‌سازند.

استروفوئید احتمالاً نخستین‌بار توسط روبروال[2] درسال۱۶۴۵ وبه‌نام **پترونید**[3] مطرح شده‌است. نام فعلی این منحنی درسال۱۸۴۹ توسط میدی[4]

۱- Strophoid این نام از یك واژهٔ یونانی به‌معنی «پیچیدن، چرخیدن» گرفته شده است.

۲- Roberval نام‌مستعارج. پرسون (G. Persone) دانشمندفرانسوی(۱۶۰۲ - ۱۶۷۵) است وی این نام مستعار را از دهکده‌ای بـه همین نام گرفت. او یکی از بنیان‌گـزاران حساب بینهایت کوچك‌هاست و مقیاس‌هایی ابداع کرد که به نام خود او خوانده می‌شوند.

۳- Pteroid از کلمهٔ یونانی به معنی «بال» گرفته شده است.

4- Midi

به‌آن اطلاق شده است.

۲- ترسیم فضایی.

یك‌سطح استوانه‌ای به‌محور CD و به شعاع AO را در نظرآورید (شکل ۱). از نقطهٔ A صفحهٔ دلخواه K را عمود برصفحهٔ تـرسیم عبور دهید (که فصل مشترك آن با صفحهٔ تصویر، خط AL خواهد بود). مقطع این صفحه با سطح استوانه‌ای، یك بیضی خواهد بود که کانون‌های آن‌یعنی M_1 و M_2، استروفوئید قائم را پدید می‌آورند.

استروفوئید مایل هم به‌طریق مشابه ساخته می‌شود، ولی در این‌جا به‌جای سطح استوانـه‌ای، یك سطح مخروطی داریم ومحور مخروط (OS در شکل ۲) از نقطه O می‌گذرد و بر AB عمود است. خط راست UV که از نقطهٔ B به‌موازات CD می‌گذرد، یکی از مولدهای سطح مخروطی است. نقاط M_1 و M_2 کانون‌های‌مقطع‌مخروطی‌مربوطه هستند. استروفوئید مایل روی هردو بخش سطح مخروطی واقـع می‌شود و از نقطهٔ S، رأس سطح مزبور می‌گذرد.

۳- معادلهٔ استروفوئید در دستگاه مختصات دکارتی (بـا در نظر گرفتن مبداءِ در O، محور x ها در جهت‌نیم‌خط OB؛ $AO=a$، $\widehat{AOD}=\alpha$؛ وقتی استروفوئید مایل باشد، دستگاه مختصات نیز مایل است ومحور yها در جهت نیم‌خط OD است):

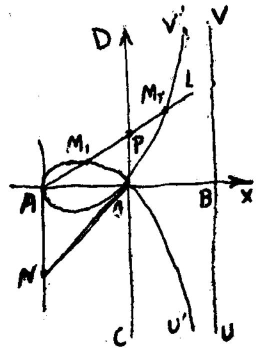
(۱) $$y^2(x-a)-2x^2y\cos\alpha+x^2(a+x)=0$$

برای استروفوئید قائم، معادلهٔ (۱) به‌صورت سادهٔ زیر در می‌آید:

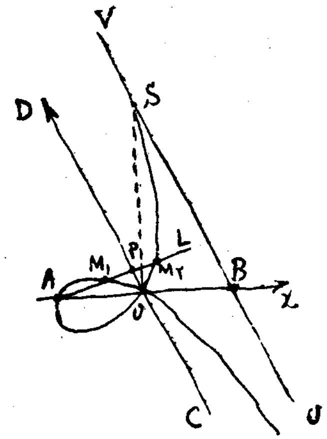
(۲) $$y=\pm x\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$$

این معادله در **مختصات قطبی** (که‌قطب آن O ومحور قطبی Ox باشد) به‌صورت زیر است:

$$\rho=-\frac{a\cos2\varphi}{\cos\varphi}$$



شکل ۱



شکل ۲

و نمایش **پارامتری** گویای آن (با $u=tg\varphi$) به شکل زیر است:

$$x=a\left(\frac{u^2-1}{u^2+1}\right)\qquad y=au\left(\frac{u^2-1}{u^2+1}\right)$$

۴- ویژگی‌های ظاهری. نقطهٔ O، گره منحنی است[1]. مماس‌های مرسوم بردو شاخهٔ منحنی، در نقطهٔ O، بریکدیگر عمودند (چه برای استروفوئید قائم و چه مایل). برای استروفوئید مایل (شکل ۲)، خط راست UV در حکم مجانب است (هنگام‌گذار به‌بینهایت به‌طرف پایین). بعلاوه، UVدر نقطهٔ S، که از A و B به‌یك فاصله است، براستروفوئیدمایل مماس است.

در استروفوئید قائم، نقطهٔ تماس S به‌بینهایت می‌رود (بـه طرف بالا دور می‌شود) به‌طوری‌که خط UV (شکل ۱) در حکم مجانب هر دوشاخهٔ منحنی است.

۵- شعاع انحنا درگره استروفوئید قائم عبارت است از

$$R_0=a\sqrt{2}=ON$$

۱- **گره** یك منحنی، نقطه‌ای است که‌آن منحنی دویا چندبار در جهات مختلف از آن نقطه می‌گذرد.

۶ـ مقادیر سطح و حجم مربوط به استروفوئید قـائم. سطح محصور در حلقهٔ AOM_1 برابرست با

$$S_1 = 2a^2 - \frac{1}{2}\pi a^2$$

V_1، حجم جسم حاصل از چرخش حلقهٔ فوق حول محور x ها برابرست با

$$V_1 = \pi a^3 \left(2\ln 2 - \frac{4}{3}\right) \approx 0/166a^3$$

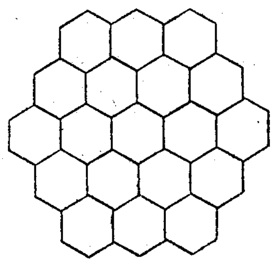
سطح S_2 محصور بین شاخه‌های OU'، OV' و مجانب (که تـا بینهایت ادامه می‌یابد ولی اندازه‌اش محدود است) عبارت است از

$$S_2 = 2a^2 + \frac{1}{2}\pi a^2$$

اندازهٔ حجم جسم حاصل ازچرخش شکل $U'OV'VU$ حول محور xها، بینهایت است.

شش ضلعی وفقی

عددهای از ۱ تا ۱۹ را در خانه‌هـای این شش ضلعی منتظم طوری قرار دهید که مجموع عددها در ردیف‌های سه‌خانه‌ای برابر ۲۲، در ردیف‌های چهار خانه‌ای برابر ۴۲ و در ردیف‌هـای پنج خانه‌ای برابر ۶۲ باشد.



همین عددهای از ۱ تا ۱۹ را طوری در خانه‌های شش ضلعی قراردهیدکه مجموع عددها در هریك از۱۵ ردیف، مقداری ثابت‌شود.

پاسخ در صفحه‌های آخر